

# 规范场论的发展和超对称性

李思一

对称性是宇宙间普遍存在的一种性质，在物理学中它表现为物理定律在某种对称变换下的不变性。现代物理学的两大支柱——量子力学和相对论的发展使这种对称性占有了特殊重要的地位。

最近二十多年里发展起来的规范场论便是以规范变换群下的不变性为特征来说明各种基本物理现象的理论。由于这一理论为描述各种基本自然力提供了一个适当的框架，自六十年代末期起，它在统一描述基本自然力的方面取得了重大进展，使爱因斯坦在晚期从事多年而未获得成功的统一场论研究在新的条件下重新获得了生命，因此很多人也把规范场论直接叫做统一场论。不过，规范场论从七十年代开始的一个最新发展，正是把最难对付的引力与基本粒子的其他三种力统一起来的超对称理论，这一理论最近已获相当的成果。

## 一、规范场论的提出

最早的规范理论是电磁理论，它是按麦克斯韦方程使电磁场公式化的。在应用这一理论时，若引入电磁势，则对它加上任意一个规范函数的梯度，方程仍保持不变，这就是麦克斯韦方程在规范变换下的不变性。

1954年，杨振宁和Robert Mills将上述思想推广，首次建立了普遍化的规范对称性的数学理论<sup>[1]</sup>。根据这一理论，物理学中的对称性分为两种，一种是整体对称的（即空间各点作相同变换下的对称性），一种是局部对称的（即空间各点作独立变换时的对称性）。局部对称性对理论要求更严格的条件，并揭示出自然界的更深刻的统一。当一组物理定律在某种整体对称变换下不变时，将它推广到局部对称变换下要保持不变就必须引入新的场，这个场就是规范场，规范场的量子就是一种新粒子，该粒子的交换引起新的力。可以设想，通过这种从整体对称到局部对称的过渡便可描述各种力的起源。这就是规范场论的基本思想。

首先以电磁力为例，在量子场论中，描述电磁作用的是量子电动力学，它可以说是最早建立，也是最成功的规范场论。按照这一理论，带电粒子是由时空中的波场（由振幅和位相决定）来描述的，当这个场的位相在空间各点改变同样数值时，诸如一组粒子的总能量

这类可观测量并不改变，故这个场在位相变化下是整体对称的。局部对称性要求当位相在空间各点作独立变化时，可观测量仍然不变。为此，必须引入电磁场作规范场，这个场的量子即光子，它的交换便引起电磁力。

除此而外，杨和Mills还考虑了同位旋对称性，即质子和中子都是核子，它们除了电荷不同外，其余性质完全相同，过去在核物理中就把这种性质看作在某个虚构的同位旋空间的转动（即质子变为中子，或反过来）下的不变性。杨和Mills把这种同位旋对称性从核物理中的整体对称性推广到局部对称性，不过在作这一尝试时，他们发现需要引入三个规范场，每个场都与一个无质量的自旋为1的粒子相关。这三个粒子及其引起的力根本不存在，因而这一理论当时被当作一个完美的数学构思而留下，并没有更多的物理意义。尽管如此，他们在这方面的先驱性贡献却成为后来大量研究工作的起点，而现在杨和Mills对所提出的问题的解释也已发生了某些变化。

## 二、规范场论的发展 ——统一理论的提出

规范场论的发展首先是在建立一个弱作用和电磁作用的统一理论方面获得重大突破而取得的。最早的弱作用理论是费米的 $\beta$ 衰变理论。在三十年代，费米根据泡利的中微子假说提出了 $\beta$ 衰变是由于一种核子间的弱相互作用而引起的，它有点类似于电磁学中电子在电磁场中发光的机理。沿着这一线索，后来不少人对统一弱作用和电磁作用作了大量尝试<sup>[2]</sup>。由于带电粒子的电磁相互作用是交换光子的结果，自然认为基本粒子之间的弱相互作用是交换另一种粒子产生的，这种粒子称为中间矢量玻色子。由于弱作用力是短程的，故中间玻色子应具有质量。但弱作用理论有一个很大困难，就是理论计算常常导致无穷大，因此根本不能作出定量的预言。这是与电磁理论不同的，量子电动力学有很明确的方法可以消除无穷大，这称之为重整化。利用重整化方法，理论可计算高级修正项，从而作出精确的计算。目前用这一方法得到的电子磁矩的值在 $10^{-10}$ 的精度内与实验一致。弱作用的无穷大困难大大阻碍了理论的发展。在杨-Mills场论提出后，

如何基于一个非阿贝尔(非对易)的规范原理构成一个可重整化的弱-电磁统一理论就成为一个重大课题。同时,考虑到弱作用的媒介——中间玻色子具有质量是造成发散的基本原因,因此如何克服这一问题又成了问题的核心。

这方面的一个重大进展是1964年关于对称性自发破缺的Higgs机制的提出<sup>[3]</sup>。首先,剑桥大学J. Goldstone<sup>[4]</sup>表明对称的物理理论在某些场合下表现为完全非对称的,这种性质就好像在一定条件下物质内部发生相变的过程,这就叫对称性自发破缺。随后爱丁堡大学的Higgs表明,规范场论中对称性自发破缺的效应会使某些原来无质量的粒子获得质量,而另一些粒子仍然没有质量。这一进展为解决上段提到的问题铺平了道路。

正是在吸收了对称性自发破缺的思想之后,哈佛大学的S. Weinberg<sup>[5]</sup>和国际理论物理中心的A. Salam<sup>[6]</sup>分别于1967年、1968年独立地提出了他们的著名模型。这一模型将传递弱作用的中间矢量玻色子和光子联系起来,通过局部同位旋不变性将弱作用和电磁作用纳入一个共同体系中。并认为中间玻色子通过对称性自发破缺获得质量,而光子仍然是无质量的规范粒子。

然而,这时Weinberg和Salam还没有为表明他们的理论是可重整化的严格数学公式。只是在荷兰的Gerard 'tHooft提出了他的重整合理论之后<sup>[7]</sup>,Weinberg和Salam的统一模型才受到广泛重视。

'tHooft花了很多年进行了极为困难的理论研究。其间,他总结出一套正确的非阿贝尔规范理论的计算法则,有点类似于量子电动力学中的费曼法则。在他以前,R. Feynman本人已经发现在非阿贝尔规范理论中出现的第一个新的复杂性质——需要附加的圈图来保证么正性。而后,又有许多人发展了数学公式和理论计算。'tHooft的成功主要是受到长期从事这项研究的Veltman的重大影响,后者是他在荷兰的课题顾问。

'tHooft表明,在严格规范不变的理论中,矢量规范介子没有质量,这种理论就是可重整化的。后来,他的结果又为B. W. Lee, A. Slavnov, J. C. Taylor等人阐明,并公式化。这些成果可应用于下面情况,即根据Higgs机制,规范对称性自发破缺使矢量玻色子获得质量,而对称性的自发破缺并不影响理论的可重整性。这样,一个可以描述真实相互作用的可重整化的理论就有了依据。

自此以后,统一模型更加引起了人们的兴趣。最初的模型只描述轻子的弱作用和电磁作用,到1970年,Glashow, J. Iliopoulos, Maiani等人将它推广到包括强子的相互作用<sup>[8]</sup>,表明强子的弱流和电磁流(即弱相互作用和电磁作用过程)可以用四个夸克的模型正确

地描述(即所谓GIM机制)。这一发展使Weinberg和Salam的统一模型更加富有成果。已预言的弱中性流为西欧核研究中心发现,后来又在布鲁克海文实验室和斯坦福直线加速器中心发现了J/ψ粒子及随之而来的一大堆粒子,这证明了理论预言的第四个夸克的存在。上述这些都是对理论的有力支持。从此基于自发破缺的规范不变性模型便如雨后春笋般地出现,成为当代理论物理的一个主要潮流。

目前,将强相互作用纳入统一模型中的理论是量子色动力学。它是以八种无质量的色胶子作规范粒子,由它传递强子内部结构粒子——夸克之间的强相互作用,每种夸克又具有三种可能的颜色态,对比量子电动力学,就将它称为量子色动力学。

一般现有的强相互作用规范理论的模型多是从一种较大的规范群出发,通过Higgs机制,它第一次破缺为 $SU(2) \times U(1) \times SU(3)$ (这是可观察到的对称群),这个破缺往往假定是超强的、产生超重规范粒子;第二次再破缺为普通的 $SU(2) \times U(1)$ ,产生中间矢量玻色子(质量约 $10-100\text{GeV}$ ),剩下两个无质量光子。从而表现出强作用、弱作用和电磁作用之间的区别。这方面文章甚多、本文不打算详细介绍,读者可进一步参阅1977年、1978年全国基本粒子理论讨论会及有关文章。

### 三、超对称性

从规范场论的发展来看,规范不变性的思想是非常灵活而富有成效的。因此,越来越多的人致力于基本粒子相互作用统一的规范场论研究。七十年代,规范场论发展方向之一就是将引力与其他三种力统一的超引力理论。从发展看,很可能四种基本作用力都起源于一个共同的因素。理论家的一个宏伟目标就是找到各种基本粒子和四种基本自然力的更本质联系。

然而,涉及到引力存在着两个根本问题:第一、还不清楚引力和其他力之间怎样联系?第二、过去任何一个量子化的引力理论都有不可克服的无穷大困难。最近从超对称性出发的超引力理论的提出正是在这两个问题的解决上显出了希望。

超对称理论几乎是在苏联、西欧和美国的科学家同时独立提出的。早在1971年,莫斯科的列别捷夫物理研究所的Gol'fand, P. Liptman就曾讨论过这一问题<sup>[9]</sup>,但没有引起人们的注意。到1973年,苏联Kharkov物理-技术研究所的D. V. Volkov, V. P. Akulov重新提出了这一问题<sup>[10]</sup>。在同一期间,1971年美国加州工艺大学Pierre M. Ramond, John H. Schwarz等人提出了一种费米子和玻色子之间的对称性——即超对称性<sup>[11]</sup>,他们的研究是以基本粒子物理学中的所谓双关模型为基础着手的。1973年Kalsruhe,

大学的 Juliuswess 和西欧核研究中心的 Bruno Zumino 把这项研究推广到量子场论<sup>[12]</sup>, 并对构成超对称理论提出了系统的程序。

根据狭义相对论, 物理定律应在时空坐标变换下保持不变, 称为 Poincare 不变性。由于这种变换(平移、旋转或其他的相对运动)对各时空点都是相同的, 故它是整体对称的。它也可推广到局部对称的情况, 这时相当于观察者之间有加速运动的情况, 根据广义相对论关于引力和惯性力等效的基本思想, 引入引力场作规范场, 这时物理定律仍保持不变, 这样引力场就是局部 Poincare 不变性的规范场<sup>[13]</sup>。在将爱因斯坦的场方程变为规范场方程的过程中, 与引力场相应的量子就是引力子, 它应具有偶整数的自旋(因为奇整数自旋粒子的交换会引起同类粒子之间的斥力)。另外, 自旋不会是零, 因为在那种情况下就不会有时空的弯曲。这样, 新的量子化的引力场就是由自旋为 2 的虚粒子——引力子引起的。

不过, Poincare 不变性是描述时空坐标的变换, 而一般规范不变性(如电磁场、杨-Mills 场)是某种内部变换, 与时空坐标无关。在六十年代中期, 曾经证明过 Poincare 对称性和内部对称性的统一是不可能的。但是, 这一结果是因为理论假定描述对称性所用的数应遵循多重性的对易法则。超对称性的提出正是放宽了对多重性的对易法则的限制, 除原有的一组对易数之外, 又引入了一组描述费米子场的反对易数。这样, 超对称变换就是在超空间中, 玻色子和费米子之间的变换; 而且, 反复进行这种变换就构成了粒子时空点的平移, 即两个超对称变换的乘积就是一个时空平移。而且, 在这种变换是局部对称时, 方程中所表示的每一种对称性都须引入一个规范场, 从而将所有物理的场都包括进来了。由于理论纳入了 Poincare 不变性, 超引力理论在经过一段初步发展之后, 1975 年 S. Deser, Zumino 以较简单的形式构成了超引力理论的公式<sup>[14]</sup>。1976 年, S. Ferrara, E. Freedman, P. Van Nieuwenhuizen 和 Frascati 实验室合作, 在假定理论应包括自旋为 2 的引力子和自旋为 3/2 的粒子(由于它总与引力子相伴, 故称引力微子——gravitino, 类似于中微子之于中子), 而且理论应具有局部 Poincare 不变性和局部超对称性等前提下, 构成了最基本的典型超引力理论<sup>[15]</sup>。由于理论计算表明一个圈图求和对所有物理过程都是有限的, 这种量子引力理论中无穷大问题的改善是超引力理论最令人鼓舞的特征。

不过, 上述理论仅包含引力子和引力微子, 这显然是不现实的。自 1977 年以来, 已有了很多新的超引力理论。这些理论通过超对称变换将任意具有相邻自旋的粒子——费米子和玻色子联结起来, 使理论包括有更多的自旋小于 3/2 的粒子。随着新理论的提出, 也同时发展了描述这些二重态和超引力规范场的自旋

2—自旋 3/2 的二重态之间的相互作用的技巧。

目前, 超引力理论大体可分为三类。第一类是由 Volkov 和 Akulov 首先引入的<sup>[16]</sup>。他们采取与广义相对论同样的几何学途径描述超引力, 不过, 该理论在正常黎曼坐标  $x^\mu$  上加上了反对易的旋量坐标  $\Omega_\alpha$ , 构成了所谓“超空间”。超对称变换便是在超空间中的几何变换。这一理论提出后, 受到国际理论物理中心的 Salam 和 J. Strathdee 的注意, 作了进一步研究<sup>[17]</sup>, 使描述相互作用的超场包含大量普通场(矢量场、张量场、旋量场……)。美国东北大学的 R. L. Arnowitt, P. Nath 等也对此作了进一步发展<sup>[18]</sup>。这一类超引力理论具有很完美的数学形式, 但物理上是否逻辑连贯却是需要仔细分析的问题。

另一类超引力理论是 1976 年 Ferrara, Freedman 和 Van Nieuwenhuizen 等人理论的发展。这类理论中有一种是可以在自旋 (1, 1/2) 二重态和自旋 (1/2, 0) 二重态中加进任意数目的粒子, 这样理论就可以完全按客观需要来调整相应的粒子数目, 使之符合实验观测。但一个严重的缺点是一个圈图的无穷大也无法消除。另外还有八个扩展的超引力理论, 每一个都有不同的费米子-玻色子特征数, 记为  $n$ 。依理论的不同,  $n$  取 1 到 8 的值, 当  $n = 1$  时, 理论就是前面提到的原始形式, 其余的如表 1 所示。在这类模型中, 很可能  $n = 8$  是最有希望的一个, 这时全部粒子是由一个引力子、八个引力微子、二十八个自旋为 1 的粒子、五十六个自旋为 1/2 的粒子和七十个自旋为 0 的粒子组成。

八种扩展的超引力理论的诱人性质是它极度对称: 每一个粒子都通过超对称变换与相邻自旋的粒子联系起来。这样引力子可以变成引力微子, 引力微子可以变为自旋为 1 的粒子……。在每一族同样自旋的粒子中, 粒子之间是通过内部对称变换互相联系, 这种内部对称性必须是局部的, 从而可以纳入电磁力……。这样理论通过超对称性和内部对称性的结合, 把整个粒子群及其间的相互作用统一起来。而粒子的转化就可看作“超粒子”在多维辅助空间的矢箭旋转下, 依次变为引力子、引力微子、光子、夸克……。这样, 理论就达到了空前的统一。

第三类超引力理论认为所有自然力都由一个宇宙常数确定。其中最简单的一种是 City College 的 M. Kaku 和纽约州立大学的 P. Townsend 找到的, 名为超相似场论<sup>[19]</sup>。这类理论不是以爱因斯坦的广义相对论为基础, 而是以 1923 年 Hermann Weyl 建立的理论为基础作超对称性推广。与爱因斯坦一样, 引力是由时空的弯曲描述的, 但还有附加的局部对称性, 它允许存在一个标量, 每一时空点的长度和时间都按这一标量作任意选择。相应的超对称的 Weyl 理论达到了引力和其他所有力的结合。但从目前看, 前两类理

表 1 八种扩展的超引力理论的比较

| 理 论     | 各 种 自 旋 的 粒 子 数 目 |        |      |        |      |
|---------|-------------------|--------|------|--------|------|
|         | 自旋=0              | 自旋=1/2 | 自旋=1 | 自旋=3/2 | 自旋=2 |
| $n = 1$ |                   |        |      | 1      | 1    |
| $n = 2$ |                   |        | 1    | 2      | 1    |
| $n = 3$ |                   | 1      | 3    | 3      | 1    |
| $n = 4$ | 2                 | 4      | 6    | 4      | 1    |
| $n = 5$ | 10                | 11     | 10   | 5      | 1    |
| $n = 6$ | 30                | 26     | 16   | 6      | 1    |
| $n = 7$ | 70                | 56     | 28   | 7      | 1    |
| $n = 8$ | 70                | 56     | 28   | 8      | 1    |

论应用到真实世界很可能更加成功。

在发展超引力之前，就有人对消除量子引力的无穷大作过工作。德克萨斯大学的 Bryce S. DeWitt、荷兰的 'tHooft 和 Veltman 就曾以量子化的广义相对论形式对一个圈的图进行了仔细分析<sup>[19]</sup>，结果发现在只包含引力子而无其他粒子的圈图中可以消除无穷大。

上述理论中，第二类八个扩展的超引力理论对有较低自旋粒子的图也可以得到有限的结果。这是因为该理论的充分统一，事实上所有各种图都可通过对称变换而退化为只有引力子的图，只含有引力子的图具有有限的总和。最近，理论又获得了进一步的计算结果，表明两个圈图的无穷大也可以消除<sup>[20]</sup>。

第三类以 Weyl 的理论为基础的超引力理论中，任意一个圈图的无穷大都没有问题，但麻烦的是还不清楚是否几率总有正值，后一点是任何一个合理的物理理论的必要判据。

超引力理论的出现是一个重要发展，它对统一四种基本自然力，消除量子化的引力理论中的无穷大这两个长期未能解决的难题显出了希望。另外，从费米子和玻色子的统一，从局部对称性的共同条件推导出所有自然力方面，使人们有可能把握理论上更深层次的规律。然而，这类理论也还存在一定的困难：第一、超引力理论的内部对称性扩充到局部对称性时，方程中出现了未预计到的宇宙论项，它意味着宇宙是限制在一个有限范围的。更为糟糕的是，该宇宙论项的值超过了从观测数据推出的上限。第二、超引力理论中的所有粒子都是无质量的，但很多真实粒子都具有非零质量。解决这一困难的有希望的途径是假定扩充的超引力理论中某些粒子通过对称性自发破缺而获得质量。更为引人兴趣的是，对称性自发破缺还改变了超引力理论中的宇宙论项，现在正有人研究它是否可退化的问题。第三、必须明确地证明所有圈图的无穷大是否都可消除。为此，需要定性的微分方程技术。这些问题的最终解决，还须通过超引力理论的进一步发展，也许还要通过反推的方法。如果要进行反推，就需

要首先研究自然中究竟哪一种粒子是更为基本的。

## 参 考 文 献

- [1] C. N. Yang and R. Mills, *Phys. Rev.*, **96** (1954), 161.
- [2] T. Schwinger, *Ann. Phys.*, **2** (1957), 407.  
S. A. Bludman, *Nuov. Cim.*, **9** (1958), 433.  
S. L. Glashow, *Nucl. Phys.*, **22** (1961), 579.  
C. Salam, J. C. Ward, *Nucl. Phys.*, **13** (1964), 168.
- [3] P. W. Higgs, *Phys. Lett.*, **12** (1964), 132.
- [4] J. Goldstone, *Nuov. Cim.*, **19** (1961), 154.
- [5] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967), 1264.
- [6] A. Salam, *Elementary Particle Physics*, ed. by N. Svartholm, Stockholm, 1968, 367.
- [7] G. 'tHooft, *Nucl. Phys.*, **33** (1971), 173.
- [8] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, *Phys. Rev. D*, **2** (1970), 1285.
- [9] A. Gol'fand, P. Liktman, *JETP Lett.*, **13** (1971), 323.
- [10] D. V. Volkov, V. P. Akulov, *Phys. Lett.*, **46B** (1973), 109.
- [11] Pierre M. Ramond, John H. Schwarz, *Phys. Rev. D*, **3** (1971), 2415.
- [12] B. Zumino, *Renormalization and Invariance in QFT*, ed. by E. R. Caianiello, 367.
- [13] Y. M. Cho, *Phys. Rev. D*, **14-12** (1976).
- [14] S. Deser, B. Zumino, Proc. of 17th Int. Conf. on High-Ener. Phys. London, (1974).
- [15] D. Z. Freedman, P. Van Nieuwenhuizen, S. Ferrara, *Phys. Rev. D*, **13** (1976), 3214.
- [16] A. Salam, J. Strathdee, *Nucl. Phys.*, **B76** (1974), 477.
- [17] P. Nath. Proc. Conf. on Gauge Theory and Modern Field Theory, Northeastern Univ., Boston, 1975.
- [18] M. Kaku, P. K. Townsend, P. Van Nieuwenhuizen, *Phys. Rev. D*, **17-12** (1978), 3179.
- [19] 'tHooft, Veltman, *Nucl. Phys.*, **B44** (1972), 189; **B50** (1972), 318.  
S. Deser, Q. H. Kay, K. S. Stelle, *Phys. Rev. Lett.*, **38-10** (1977), 527.