

# 中高能电子散射

毛 振 麟

(中国科学院高能物理研究所)

电子散射是一个老的题目，也是当今中高能核物理学发展的前沿。早在 1929 年莫特<sup>[1]</sup>从理论上研究了快电子被原子核散射的问题。他假设原子核为点电荷，电子用狄喇克波函数来描述，这样得到的截面公式与熟知的卢瑟福公式是不同的，后来称之为莫特散射截面，

$$\begin{aligned}\sigma_M &= \left( \frac{d\sigma}{dQ} \right)_{Mott} \\ &= \left( \frac{\alpha}{2E} \right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} / \sin^4 \frac{\theta}{2},\end{aligned}\quad (1)$$

其中  $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137$  是精细结构常数， $E$  是入射电子的能量， $\theta$  是散射角。1934 年 Eugene Guth<sup>[2]</sup> 用波恩近似方法研究快电子被原子核散射问题，其结果与电子被点库仑电荷散射有偏差，这预示电子散射可以用来研究原子核的大小。但是由于当时实验条件的限制，电子散射的实验研究直到第二次大战结束后才开始。

1946 年范德格喇夫等人<sup>[3]</sup>首先用静电加速器得到的 1—2MeV 的电子进行电子被原子核散射的实验，其目的是验证莫特公式。结果表明在这样的能量下，电子散射截面遵从莫特公式。其后 (1951—1953 年) 在伊利诺斯大学的 20MeV 的电子加速器上和密西根大学 30—45 MeV 电子同步加速器上都进行了电子散射实验，其目的是研究原子核的大小。他们得到的结论是，用电子散射测量到的原子核半径比用其他方法得到的结果要稍小一点。

在五十年代，电子直线加速器技术发展起来了。比起其他类型的加速器来它的强度高，束流的品质高，因此成为一种标准的电子束流源。五十年代到六十年代初做成电子直线加速器能达到的能量为 45—300MeV。流强为几个

$\mu A$ ，能量分辨率为百分之几。当时实验工作主要做弹性电子散射，实验时动量分辨  $\Delta p/p \sim 5 \times 10^{-3}$ 。流强为几百  $nA$ 。在这些实验中特别应该指出的是 Hofstadter<sup>[4]</sup> 小组的工作，他们利用斯坦福大学电子直线加速器产生的电子束对周期表上一系列原子核进行了弹性电子散射实验，他们决定了这些核的平均半径和表面厚度参数。由于这些精确和系统的核数据 Hofstadter 在 1961 年获得了诺贝尔奖金。此后实验工作集中在非弹性散射上，目的是研究原子核分离的激发态，获得有关这些态波函数的信息。这就要求性能更好的电子束流。到六十年代末电子直线加速器的性能又有较大的改进。电子能量可达 60—300MeV，动量分辨  $\Delta p/p \sim 10^{-1}$ ，可用的束流强度为 1—2 $\mu A$  的电子直线加速器，在许多实验室如美国国家标准局 (NBS)，海军研究实验室 (NRL)，格拉斯哥，耶鲁，斯坦福等地建成了。并配备有立体角为几个毫弧度的  $180^\circ$  或  $169^\circ$  的双聚焦磁谱仪，加上束流运输系统，电子学和计算机的应用，使数据的累积率比前阶段提高了一个数量级，于是实验工作又推进了一大步。在非弹性散射实验中，除了观察原子核的集体态，测量振动和转动态的跃迁电荷密度外，还研究了具有壳模型组态的拉长核的高自旋态。此外，还有连续区的非弹性散射，主要是寻找新的巨共振态。与这些工作相平行的是研究电子的准弹性散射，那时所获得的数据可以用简单的费米气体模型来解释，并可用来决定撞出核子的平均分离能和它在核内的动量分布。

随着这些实验工作的发展，对加速器提出了更高的要求。在七十年代法国的 Saclay 实验室和美国的 Bates 实验室先后建立了强流和高

分辨的电子散射装置。Saclay 电子直线加速器<sup>[5]</sup>的电子能量为 150—600MeV，动量分辨在  $\Delta p/p \sim 0.5\%$  时的平均流强为  $300\mu\text{A}$ 。配合  $169^\circ$  大型双聚焦谱仪<sup>[6]</sup>，使得整个系统的能量分辨率达到  $1-3 \times 10^{-4}$ ，给出的束流强度为  $5-10\mu\text{A}$ 。Bates 实验室的电子直线加速器<sup>[7]</sup>的能量为 400MeV（最近已扩展到 700MeV），平均流强为  $180\mu\text{A}$ 。他们发展了一种新型的磁谱仪称为能量损失型谱仪<sup>[7]</sup>。尽管入射电子的能量分辨只有  $0.4\%$ ，能量损失谱仪可以把入射电子和出射电子的能量差（反映原子核的激发态）量得很准，整个系统的分辨率可达到  $10^{-4}$ ，而不致过多地丢失掉初始的束流强度。

由于 Saclay 和 Bates 实验室的新装置的建立，使得电子散射所研究的课题更加广泛了，测量精度也大大提高了。例如，测量球形核基态电荷分布的精度已达  $1\%$ ，可以和平均场的理论计算作细致的比较。测量从  $^3\text{He}$  到  $^{207}\text{Bi}$  核中价核子轨道分布的空间分辨已达到  $0.5\text{fm}$ ，测量变形核基态转动带的形状因子足够精确，使它能和密度相关的哈特里-福克模型预言相比较。此外，拉长核高自旋态的壳模型组态的研究，磁区共振的寻找等，都需要利用高分辨本领的特点。

在电子散射向高分辨率高强度发展的同时，从 1966 年开始，MIT-SLAC 小组利用斯坦福直线加速器中心（SLAC）3 公里长的电子直线加速器产生的高能量电子（ $0.8-20\text{GeV}$ ），对氢和氘核进行了弹性和非弹性散射实验。在相当宽的运动学参数  $q^2$ （动量转移的平方）和  $\nu$ （能量转移）范围内得到了质子和中子的结构函数  $W_1(q^2, \nu)$  和  $W_2(q^2, \nu)$ 。在深度非弹区实验证实了标度（scaling）无关性，即  $W_1$  和  $W_2$  仅是单变量  $x = -q^2/2M\nu$ （其中  $M$  是质子或中子的质量）的函数。这现象可以用夸克-部分子模型来解释，认为核子是由若干‘点’状粒子组成的。这实验使人们确信核子是由夸克组成的。这对基于色胶子，夸克和量子色动力学的强子结构的研究奠定了基础。这是电子散射研究的新前沿。

另一方面，夸克动力学对原子核结构的了解也是十分重要的。至今在核结构的研究中，成功的二体力很大程度上是唯象的。从介子场理论推导出的基本核子-核子力在描述中程和长程核力方面已获得成功。但对核子间距离小于  $1\text{fm}$  的短程力，介子场理论是不能令人满意的。想来短距离的核子-核子力是会与夸克动力学理论相关的。由于核子被认为是由三个夸克组成的小口袋，口袋半径为  $0.4-1\text{fm}$ ，弄清楚夸克在核结构中的作用是非常重要的问题。这个作用不仅与强作用有关，而且与电磁作用和弱作用相关。利用极化电子对质子散射的宇称不守恒的测量，将进一步试验中性流的模型。这实验正在 Bates 实验室进行中。这将是 SLAC 著名的极化  $e-d$  深度非弹散射实验的一个补充。

因此，当前中高能电子散射在核物理方面有二个重要方向：一是夸克核物理；二是核结构的高精度研究。

在所有这些研究领域中，符合测量是将来实验的很重要部分。因为符合实验可以选择一定的反应道（对所有终态粒子和它们的动量进行观测），使得有机会细致地研究特定的核现象。另一方面符合实验需要占空因子大的加速器。目前 Saclay 和 Bates 加速器的占空因子只有  $1-6\%$ ，不能适应符合测量的需要，希望下一代的电子直线加速器的占空因子能达到  $100\%$ 。总之，随着电子散射实验的不断深入，对下一代的电子直线加速器提出了如下的要求：  
(i) 能量为  $0.5-2\text{GeV}$ ；(ii) 平均流强为  $100-300\mu\text{A}$ ；(iii) 占空因子达到  $100\%$ ；(iv) 能同时给出几个束供实验用。这类新加速器已在筹划中。例如，美国 ANL 实验室计划建立一个包含二段直线加速器的双边微波加速器。这台加速器提供三条可独立控制的电子束，电子束的能量在  $0.5-2.0\text{GeV}$  范围内可变，每步变化为  $25\text{MeV}$ ，每束的能量分辨均为  $10^{-4}$ ，束流强度为  $0-100\mu\text{A}$ ，占空因子为  $100\%$ 。美国 NEAL 实验室也建议建造一台能量为  $2-4\text{GeV}$ 、流强为  $200-400\mu\text{A}$ ，经拉长器拉长后，束流的占空因子达到  $100\%$  的加速器。日本仙台实验室也

有类似的计划，他们想建造一台  $1.5\text{GeV}$ ,  $100\mu\text{A}$  经拉长后占空因子为 100% 的电子直线加速器。可以预料，当这些新一代的电子直线加速器建成后，中高能电子散射实验将会向更广更深的方向发展，还会作出许多新的贡献。

下面就电子对轻核 ( $A \leq 4$ ) 散射与核力的研究以及电子对复杂核 ( $A > 4$ ) 散射研究原子核的电磁密度分布两个问题，作简要的叙述。

### 一、电子对轻核 ( $A \leq 4$ ) 的散射与核力的研究

电子对轻核散射截面的测量，可以在实验上决定这些核的结构函数(或形状因子)。而不同核力的模型也能计算出这些结构函数。通过理论计算和实验比较可以对核力模型作细致的

研究。

传统的核物理认为核力是通过交换介子实现的，原子核是由核子或几个核子组成的核子集团所组成，它们通过介子流而相互联系着。电子与原子核的相互作用是通过虚光子传递的。虚光子不仅可以与原子核内个别核子起作用，而且可以与核子对、核子集团甚至介子流本身相关联。图 1 表示虚光子与原子核内核子、处于共振态的核子和介子流的一些基本相互作用。如果只考虑虚光子与个别核子作用的贡献，这就是冲量近似[图 1(a)]。考虑图 1 中各种相互作用的贡献除去冲量近似的贡献，通常都称为介子交换流 (MEC) 的贡献。

最近十年的一个重要发现是，这些附加相互作用的贡献并不总是很小的。例如热中子  $n-p$  俘获截面和  $n-p$  相对能量很低时的氘核电致分裂截面理论和实验结果长期存在着分

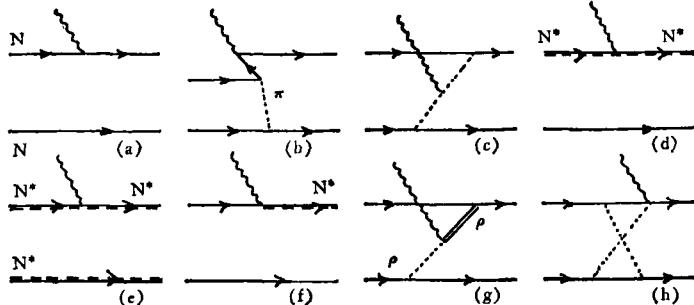


图 1 虚光子和原子核的基本相互作用  
 (a)冲量近似；(b)对流；(c)介子流；(d)和(e)共振态混合；  
 (f)共振态激发 (g)  $\rho\pi\pi$  流；(h)双  $\pi$  交换流

歧，考虑了图 1 的 (b),(c),(d),(f) 等作用后，这些问题基本解决了。

电子对轻核 ( $A \leq 4$ ) 的弹性散射截面可以写成

$$\frac{d\sigma}{dQ} = \frac{E'}{E} \sigma_M [A(q_\mu^2) + B(q_\mu^2) \tan^2 \frac{\theta}{2}], \quad (2)$$

其中  $\sigma_M$  是电子对点原子核的莫特散射截面。 $E$  和  $E'$  分别是初态和终态电子能量， $\theta$  是散射角， $q_\mu^2$  是 4 动量转移的平方， $A(q_\mu^2)$  和  $B(q_\mu^2)$  是二个独立的结构函数，所有核结构信

息包含在  $A(q_\mu^2)$  和  $B(q_\mu^2)$  内。对自旋为  $1/2$  的核(如  ${}^3\text{He}$  核)，

$$A(q_\mu^2) = (G_E^2(q_\mu^2) + \tau G_M^2(q_\mu^2)) / (1 + \tau); \\ B(q_\mu^2) = 2\tau G_M^2(q_\mu^2), \quad \{ (3)$$

其中  $\tau = -q_\mu^2/(4M_T)$ ， $G_E$  和  $G_M$  分别为原子核的电和磁形状因子。

图 2 表示最近在 Bates 和 Saclay 实验室测量的  ${}^3\text{He}$  磁形状因子的结果。用单体流计算的结果在图中用虚线表示，它与实验结果差别很大。用单体流加介子交换流计算的结果在图中用实线表示，它和实验符合得相当好。所以在一定情况下，介子交换流的修正可以是相当大的。

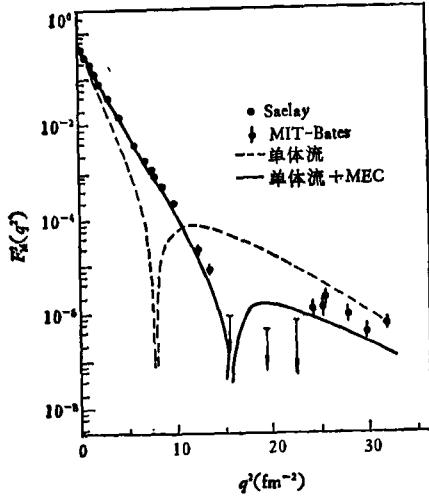


图 2  ${}^3\text{He}$  磁形状因子

对核子间距离小于  $1\text{fm}$  的短程力，基于介子场的核力不能很好地解释。而另一方面在电子深度非弹散射中，在大动量转移的情况下观察到渐近自由，它能用强子的夸克结构简单地加以解释，这使人们想到对短程力考虑夸克动力学可能是很重要的。MIT 口袋模型在解释强子谱的许多性质方面获得了成功。在这模型中，夸克限制在口袋里面，夸克禁闭简单的是口袋表面的边界条件。但这系统不能保持手征对称性，这样又提出了带介子云的口袋模型。在这模型中核子是由介子云所包围着的三个夸克所组成，不同口袋模型对质子和中子的形状因子的预言是不同的，如 MIT 口袋模型预言中子的电荷半径的方均根值为零，而带介子云的口袋模型的预言为  $0.34\text{fm}$ 。

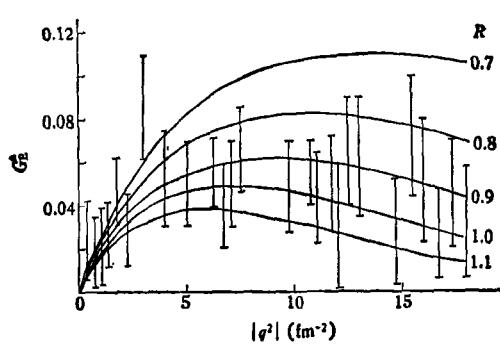


图 3 中子电形状因子的实验结果与不同口袋半径的理论预言比较

图 3 表示中子电形状因子随  $|q^2|$  的变化的实验结果<sup>[3]</sup>。用带介子云的口袋模型（以不同口袋半径  $R$  作参数）计算中子的电形状因子也表示在图 3 中。由于实验数据还不够精确，要从实验上定准口袋半径是困难的，所以进一步提高测量中子电形状因子的实验精度是非常重要的。

## 二、电子对复杂核 ( $A > 4$ ) 散射 和原子核的电磁分布

电子对原子核弹性散射或到终态为分离态的非弹性散射截面可以写成

$$\frac{d\sigma}{dQ}(q) = 4\pi\sigma_M \left(1 + \frac{2E}{M_T} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)^{-1} \cdot \left\{ \left(\frac{q_\mu^2}{q^2}\right)^2 F_L^2(q) + \left[\frac{1}{2} \frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2}\right] F_T^2(q) \right\}, \quad (4)$$

其中  $\sigma_M$  是莫特散射截面， $q$  和  $q_\mu$  分别是 3 动量和 4 动量转移， $\theta$  是散射角， $M_T$  是靶核质量， $E$  是入射电子能量， $F_L(q)$  和  $F_T(q)$  分别是纵向和横向形状因子。它包含了原子核电磁流密度的所有信息，可以用在原子核初态和终态间的适当电磁算符所组成的约化矩阵元来表示。

对非弹性散射，纵向和横向的形状因子可写成

$$F_L^2(q) = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{J>0} |\langle J_f || \hat{M}_J^{\text{coul}} || J_i \rangle|^2, \quad (5)$$

$$F_T^2(q) = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{J>1} \{ |\langle J_f || \hat{T}_J^{\text{el}} || J_i \rangle|^2 + |\langle J_f || \hat{T}_J^{\text{mag}} || J_i \rangle|^2 \}, \quad (6)$$

其中  $J_i$  是靶核初态自旋， $J_f$  是终态自旋， $J$  满足不等式  $|J_f - J_i| \leq J \leq |J_f + J_i|$ ，而  $\hat{M}_J^{\text{coul}}$ ,  $\hat{T}_J^{\text{el}}$ ,  $\hat{T}_J^{\text{mag}}$  分别为原子核电荷密度以及电流和磁的多极性。

$$\hat{M}_{JM}^{\text{coul}} = \int i_J(qx) Y_{JM}(\Omega_x) \rho(x) dx, \quad (7)$$

$$\hat{T}_{JM}^{\text{el}} = \frac{1}{q} \int dx \{ \nabla \times [i_J(qx) y_{JM}^M(\Omega_x)] \}$$

$$\cdot \hat{J}(x), \quad (8)$$

$$T_{JM}^{\text{mag}} = \int dx [j_J(qx) Y_{JM}^M(Q_x)] \cdot \hat{J}(x), \quad (9)$$

其中  $\rho(x)$  和  $\hat{J}(x)$  分别是原子核定域的电荷密度和电流密度。 $j_J(qx)$  是球贝塞尔函数， $Y_{JM}$  是球谐函数， $Y_{JM}^M(Q_x)$  是矢量球谐函数。

由(5)–(9)式可知，纵向形状因子  $F_L^z(q)$  是由跃迁电荷密度决定的，一般需要考虑库仑多极性 ( $C_0, C_1, C_2 \dots$ ) 的贡献，而横向形状因子是由跃迁电流和磁密度决定的，一般需考虑电多极性 ( $E_1, E_2, E_3 \dots$ ) 和磁多极性 ( $M_1, M_2, \dots$ ) 的贡献。

对弹性散射情况： $J_f = J_i = J_0$ ，由于宇称守恒，(5)(6)式分别简化为

$$F_L^z = \frac{1}{2J_0 + 1} \sum_{J \text{ 为偶}} |\langle J_0 | \hat{M}_J^{\text{cou1}} | J_0 \rangle|^2, \quad (10)$$

$$F_T^z = \frac{1}{2J_0 + 1} \sum_{J \text{ 为奇}} |\langle J_0 | \hat{T}_J^{\text{mag}} | J_0 \rangle|^2, \quad (11)$$

其中  $J_0$  为原子核基态角动量。 $J$  满足  $0 \leq J \leq 2J_0$ 。从(10)，(11)可知纵向形状因子  $F_L^z(q)$  是原子核中质子的电荷散射所贡献的，一般地需要考虑库仑多极性 ( $C_0, C_2, C_4 \dots$ ) 的贡献；而横向形状因子  $F_T^z(q)$  是由原子核中质子和中子的磁矩散射所贡献的，一般地需考虑磁多极性 ( $M_1, M_3, M_5 \dots$ ) 的贡献。对偶偶核的特殊情况， $J_0 = 0$ ，横向形状因子  $F_T^z = 0$ 。纵向形状因子  $F_L^z$  只有库仑单极性  $C_0$  的贡献。它可以由原子核电荷密度经贝塞耳-傅里叶变换得到。换句话说，我们也可以从测量得到的形状因子定出原子核的电荷密度，下面是几个例子。

### 1. 球形核的电荷分布

图 4 表示  $^{208}\text{Pb}$  弹性电子散射的微分截面随  $q$  的变化<sup>[9]</sup>。实验测量的最大  $q$  值  $\sim 3.5 \text{ fm}^{-1}$ 。截面从  $10^{-25} - 10^{-37} \text{ cm}^2/\text{sr}$  下降了 12 个数量级。用密度相关的哈特里-福克理论 (DDHF) 对截面进行了计算，结果也表示在图 4。总的看来，实验做得比较精确，理论和实验符合得相当好，仅在  $q = 2.0 - 3.0 \text{ fm}^{-1}$  区域理论和实验稍有偏离。但这点差别对决定  $^{208}\text{Pb}$  中心电荷密度有

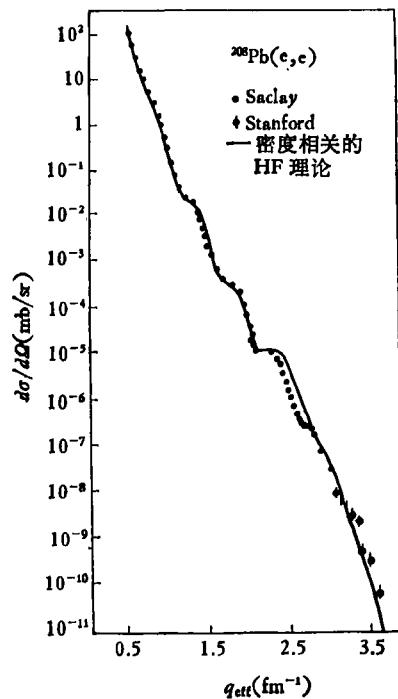


图 4  $^{208}\text{Pb}$  弹性电子散射  $E_e = 502 \text{ MeV}$   
很大关系，所以电子是非常灵敏的电磁探针。

### 2. 变形核的电荷分布

由于高分辨本领的磁谱仪的发展，使得非

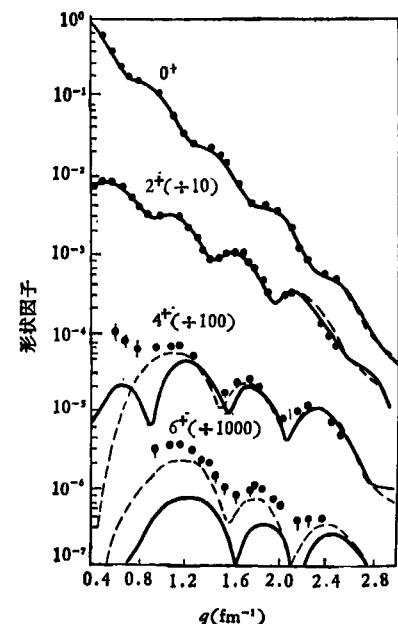


图 5  $^{174}\text{Yb}$  弹性和非弹性电子散射到  
 $0^+, 2^+, 4^+, 6^+$  的电荷形状因子  
—HF-Dme; ---HF-Skyrme

弹性散射到原子核基态转动带的电子能谱能很好地分开。图5表示<sup>174</sup>Yb 弹性和非弹性散射到0<sup>+</sup>, 2<sup>+</sup>, 4<sup>+</sup>, 6<sup>+</sup>态的电荷形状因子。用哈特里-福克理论计算表明: 0<sup>+</sup>, 2<sup>+</sup>态理论与实验符合得较好, 而4<sup>+</sup>, 6<sup>+</sup>态符合得较差。从实验数据可以取出与模型无关的电荷密度分布  $\rho_0(r)$ ,  $\rho_2(r)$ ,  $\rho_4(r)$ ……。实验确定的  $\rho_0(r)$ ,  $\rho_2(r)$  和  $\rho_4(r)$  等与变形核本征电荷密度  $\rho(r, \theta)$  的关系为

$$\rho_L(r) = \int d\Omega \rho(r, \theta) Y_{L,0}(\Omega) \\ (L = 0, 2, 4 \dots). \quad (12)$$

所以实验测量能够决定变形核的电荷分布  $\rho(r, \theta)$ 。

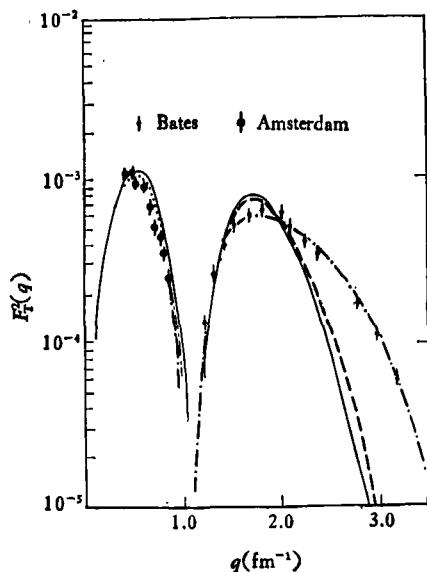


图6 <sup>13</sup>C(e, e) 磁弹性散射  
——1P壳Ritz-Fabrikant理论  $b = 1.69$   
·····1P壳Woods-Saxon势;  
- - -  $F(q) \propto x^{-2}(1 + Ax + Bx^2 + Cx^3)$ ,  $x = (bq/2)^2$

(上接第268页)

(1975), Fisher (1974), Wallace 和 Zia (1978), Greer 和 Moldover (1981) 及 Lévy 等人 (1980)。

我感谢美国科学基金组织给我提供研究经费。从我当研究生开始, 我的大部分研究生涯都得到该组织的资助。美国长期慷慨地支持基础研究, 是我获得成功的基础。我感谢康奈尔

### 3. 原子核的磁矩分布

从公式(4)可知, 当  $\theta = 180^\circ$  时只有横向形状因子  $F_T^2$  对截面作贡献。而  $F_T^2$  是由磁多极矩 ( $M_1, M_3 \dots$ ) 的散射所贡献的, 所以常常把  $180^\circ$  散射称为磁散射。

$J = 1/2$  核的  $180^\circ$  弹性散射截面只有磁二极的贡献。所以可以从实验测得的横向形状因子得到原子核的磁二极分布。<sup>13</sup>C 的磁弹性散射是一个例子, 得到的形状因子  $F_T^2$  表示在图6<sup>[10]</sup>。形状因子  $F_T^2$  也可以用  $1p$  壳的 Woods-Saxon 势或谐振子势计算得到, 结果也表示在图6中, 在低  $q$  区理论计算和实验符合较好, 但在高  $q$  区理论和实验偏差很大, 原因至今还不大清楚, 可能与介子交换流、核心极化和组态混合等效应有关。

### 参 考 文 献

- [1] N. F. Mott, *Proc. Roy. Soc. (London)*, **A124** (1929), 425.
- [2] E. Guth, *Anz. Akad. Wiss. Wien, Math.-Naturw. Kl.*, **24** (1934), 299.
- [3] R. J. Van de Graaff et al., *Phys. Rev.*, **169** (1946), 452.
- [4] R. Hofstadter, *Rev. Mod. Phys.*, **28** (1956), 214.
- [5] A. M. L. Messiah, *High Energy Physics and Nuclear Structure* Edited by Samuel Devons, Columbia University Press, (1970), pp. 578.
- [6] P. Leconte et al., *Nucl. Instr. Meth.*, **169** (1980), 401.
- [7] W. Bertozzi et al., *Nucl. Instr. Meth.*, **162** (1979), 211.
- [8] S. The'berge et al., *Can. Jour. Phys.*, **60** (1982), 59.
- [9] S. T. Brodsky and B. T. Chertok, *Phys. Rev. Lett.*, **37** (1976), 269.
- [10] G. A. Peterson, Invited Paper Presented at Los Alamos Scientific Laboratory Meeting, Nuclear Structure Physics with Intermediate Energy Probes, 1980.

大学的同事们, 特别感谢 M. Fisher 和 B. Widom 对我的鼓励和支持。在具有非凡发现的两个十年中, 我有幸成为国际科学界的一员, 感到高兴。

(杨展如 译 郝柏林 校)