

# MPT-X 装置电源回路的计算及实验

程 健 宁兆元

(中国科学院等离子体物理研究所)

磁约束聚变实验装置的一个重要问题是它的各个磁场线圈的放电回路的设计。MPT-X 装置是进行托卡马克运行和多极器混合位形运行的装置,产生的磁场包括纵场、加热场、平衡场和八极场。各个磁场所采用的电源都是由储能电容器组、引燃管开关和线圈组成的 RLC 放电回路。

我们编制了一个通用程序,包括自感、互感和电阻的计算,电压和电流的波形计算,并附有绘图子程序,使用方便、快速。该程序适用于由多组轴对称线圈组成的放电回路分析。

使用罗柯夫斯基线圈对各放电电流进行了测量,实验结果和理论计算值相符。

## 一、方 程

纵场的方向与其它场是正交的,可以单独计算,其余场的等效电路如图 1 所示。

根据电路原理可以列出微分方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_H i_H + L_H \frac{di_H}{dt} + \frac{1}{C_H} \int_0^t i_H dt + M_{HV} \frac{di_V}{dt} \\ \quad - M_{HM} \frac{di_H}{dt} - M_{HP} \frac{di_P}{dt} = 0, \\ R_V i_V + L_V \frac{di_V}{dt} + \frac{1}{C_V} \int_0^t i_V dt + M_{VH} \frac{di_V}{dt} \\ \quad - M_{VM} \frac{di_H}{dt} - M_{VP} \frac{di_P}{dt} = 0, \\ R_M i_M + L_M \frac{di_M}{dt} + \frac{1}{C_M} \int_0^t i_M dt - M_{MH} \frac{di_H}{dt} \\ \quad - M_{MV} \frac{di_V}{dt} + M_{MP} \frac{di_P}{dt} = 0, \\ R_P i_P + L_P \frac{di_P}{dt} - M_{PH} \frac{di_H}{dt} - M_{PV} \frac{di_V}{dt} \\ \quad + M_{PM} \frac{di_M}{dt} = 0. \end{array} \right. \quad (1)$$

式中  $M$  表示互感,其下标分别依次为 HV, HM, HP, VH, VM, VP, ...

电容器上的电压为

$$\left\{ \begin{array}{l} U_H = -U_{HO} + \frac{1}{C_H} \int_0^t i_H dt, \\ U_V = -U_{VO} + \frac{1}{C_V} \int_0^t i_V dt, \\ U_M = -U_{MO} + \frac{1}{C_M} \int_0^t i_M dt. \end{array} \right. \quad (2)$$

从(1)式和(2)式可得到一个常微分方程组:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{di_H}{dt} = \frac{D_{EH}}{D_E}, \\ \frac{di_V}{dt} = \frac{D_{EV}}{D_E}, \\ \frac{di_M}{dt} = \frac{D_{EM}}{D_E}, \\ \frac{di_P}{dt} = \frac{D_{EP}}{D_E}, \\ \frac{dU_H}{dt} = \frac{i_H}{C_H}, \\ \frac{dU_V}{dt} = \frac{i_V}{C_V}, \\ \frac{dU_M}{dt} = \frac{i_M}{C_M}. \end{array} \right. \quad (3)$$

其初始条件为

$$\left\{ \begin{array}{l} i_H(0) = 0, \\ i_V(0) = 0, \\ i_M(0) = 0, \\ i_P(0) = 0, \\ U_H(0) = -U_{HO}, \\ U_V(0) = -U_{VO}, \\ U_M(0) = -U_{MO}. \end{array} \right. \quad (4)$$

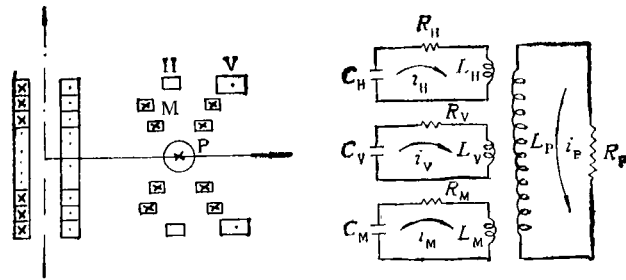


图1 MPΓ-X 装置各场线圈布置及等效电路

H——加热场； V——平衡场； M——多极场； P——等离子体

等离子体回路的电压可用下式计算：

$$U_P = M_{PH} \frac{di_H}{dt} + M_{PV} \frac{di_V}{dt} - M_{PM} \frac{di_M}{dt} \\ = M_{PH} \frac{D_{EH}}{D_E} + M_{PV} \frac{D_{EV}}{D_E} - M_{PM} \frac{D_{EM}}{D_E}, \quad (5)$$

式中的  $D_E, D_{EH}, D_{EV}, D_{EM}, D_{EP}$  分别是方程组的系数行列式。可以使用四阶龙格库塔法解这个方程组。

## 二、电感的计算

一个串联的多匝线圈的电感可用下式求得：

$$L = \sum_{i=1}^N L_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N M_{ij} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M M_{ij}, \quad (6)$$

式中第一项为自感，第二项为该线圈不同匝间的互感 ( $i \neq j$ )，第三项为它和别的线圈间的互感， $N$  和  $M$  为匝数。

自感的计算公式是：

$$L = \mu_0 R \left( \ln \frac{8R}{a+b} - 0.5 \right). \quad (7)$$

互感的计算公式是：

$$M = \mu_0 \sqrt{R_1 R_2} \left[ \left( \frac{2}{k} - k \right) K - \frac{2}{k} E \right], \quad (8)$$

式中  $k^2 = \frac{4R_1 R_2}{(R_1 + R_2)^2 + x^2}$ ， $K$  和  $E$  为椭圆积分（这里由于各匝截面较小，可取线电流近似，即认为电流集中于截面中心）， $a, b$  分别为线圈截面的长和宽， $x$  为两匝线圈的间距。

等离子体电流的自感可用近似公式：

$$L_P = \mu_0 R \left( \ln \frac{8R}{a} - 1.75 \right) \quad (9)$$

来估算，式中  $R$  为等离子体柱的大半径， $a$  为截面的小半径。

在计算等离子体和各线圈间的互感时，假设等离子体电流密度具有抛物形分布，即

$$j = j_0 (1 - \rho^2/a^2), \quad (10)$$

$j_0$  为等离子体中心的电流密度， $\rho$  为小电流元的半径，如图 2 所示。

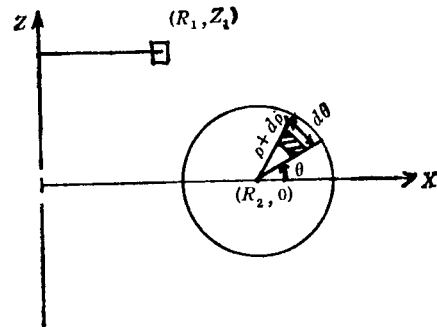


图2 等离子体与各线圈间互感的计算

假设等离子体总电流为 1，则有

$$\int_0^a j \cdot 2\pi\rho d\rho = 1. \quad (11)$$

将(10)式代入(11)式可以得到

$$j_0 = 2/\pi a^2. \quad (12)$$

这样(10)式可以写成

$$j = 2/\pi a^2 (1 - \rho^2/a^2). \quad (13)$$

考虑坐标为  $(R_2 + \rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$  的小电流元，其电流为

$$di = \frac{2}{\pi a^2} (1 - \rho^2/a^2) \rho d\rho d\theta, \quad (14)$$

则它与坐标为  $(R_1, z_1)$  的线圈间的互感为

$$dM = \mu_0 \sqrt{R_1(R_2 + \rho \cos \theta)} \cdot \left[ \frac{2(K - E)}{\sqrt{4R_1(R_2 + \rho \cos \theta) / [(R_1 + R_2 + \rho \cos \theta)^2 + (z_1 - \rho \sin \theta)^2]}} - \left( \frac{K}{\sqrt{4(R_2 + \rho \cos \theta)R_1 / [(R_1 + R_2 + \rho \cos \theta)^2 + (z_1 - \rho \sin \theta)^2]}} \right) \right] \cdot (1 - \rho^2/a^2) \cdot \frac{2\rho}{\pi a^2} \cdot d\rho d\theta, \quad (15)$$

由此可得等离子体与线圈间的总互感为

$$M = \int_0^a \int_0^{2\pi} dM, \quad (16)$$

该积分可用变步长的辛普生法求解。

### 三、实验值和计算值的比较

实验中使用分流器和罗柯夫斯基线圈测量了各个场的放电电流。罗柯夫斯基线圈可用图 3 所示的线路进行定标。

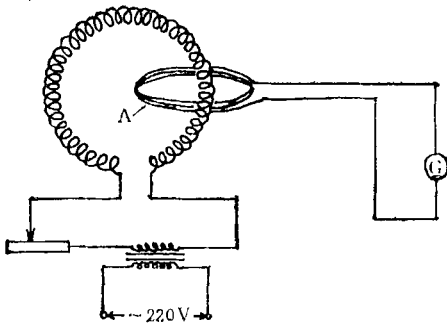


图3 罗柯夫斯基线圈定标线路

该定标线路的灵敏度可用  $ns$  值表示：

$$ns = \frac{RI_G r}{\mu_0 \omega NU}$$

(上接第627页)

- [4] H. N. Rutt, *J. Phys. E*, 17 (1984), 704.  
 [5] T. F. Gallagher, *Opt. Lett.*, 7-1 (1982), 28.  
 [6] P. Juncar, *Opt. Comm.*, 14-4(1975), 483.  
 [7] F. V. Kowalski, *J. Opt. Soc. Am.*, 66-9 (1976), 965.  
 [8] J. L. Hall, *Laser Spectroscopy III*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, (1977), 412.

式中  $R$  为线圈  $A$  的电阻,  $I_G$  为流经线圈的电流,  $N$  为线圈匝数,  $r$  为初级回路总电阻,  $U$  为感生电动势的有效值,  $\omega$  为交流电频率。

表 1 给出了实验值和计算值的比较。由表 1 可以看出, 实验值与计算值误差小于 10%。计算值偏大的原因是, 计算时所取的各项线圈

表 1 各场电流实验值与理论值比较

	纵场		加热场		垂直场	
	2000	2500	2000	2500	300	350
电容器充电电压 (V)	2000	2500	2000	2500	300	350
实验电流峰值 (kA)	7.06	9.40	11.71	14.45	1.03	1.26
计算电流峰值 (kA)	7.20	9.65	12.40	15.50	1.05	1.29
误差	2.5%	2.7%	5.6%	6.8%	1.9%	2.3%

的电阻值是静态测量值。虽然在电阻计算时考虑了温度系数, 但实际上引线和线圈本身在放电中温度会发生变化, 特别是它们的引燃管动态电阻值都与外界温度及工作状态有关, 难以精密确定。从表 1 可以明显看到, 电阻值随着放电电流的增大而增加, 实验值比计算值偏小的误差将增大。这点对各个场都是同样的。另外一个引起误差的原因是等离子体电流的贡献。等离子体电流的分布在计算时假设为抛物线形分布, 实际上会因每次放电条件的差异而不同。引入的误差是个小量。总的来看, 实验值和理论计算值符合得相当好, 因此本文所介绍的计算程序可用来很好地设计磁约束聚变实验装置的放电回路。

### 参 考 文 献

- [1] 卡兰达诺夫, 感应系数计算手册, 人民教育出版社, (1957).  
 [9] L. S. Lee, *Opt. Lett.*, 6-12 (1981), 610.  
 [10] J. J. Snyder, *Laser Spectroscopy III*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, (1977), 419.  
 [11] M. Morris, *Appl. Opt.*, 23-21 (1984), 3862.  
 [12] N. Pelletier-Allard, *Rev. Sci. Instru.*, 55-9 (1984), 1442.