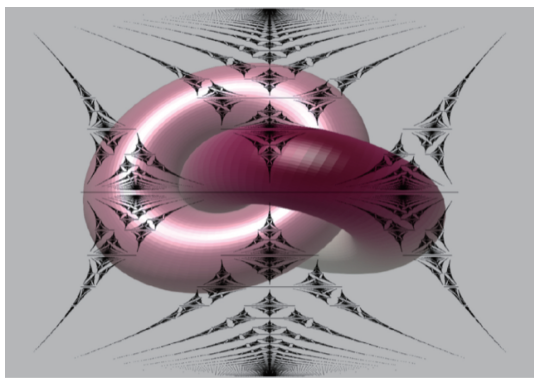


# Hofstadter butterfly 的新拓扑相

(北京大学 朱星 编译自 Vidar Gudmundsson. *Physics*, December 2, 2020)

许多材料表现出拓扑相。大多数情况下,这种稳定拓扑物态来源于复杂能带的自旋-轨道耦合。但是,对一个在强磁场下的二维晶格而言,简单的能带结构也可以出现拓扑效应。这种磁致的拓扑相源自磁场和晶格的竞争,具有像蝴蝶翅膀一样的分形结构,是 Douglas Hofstadter 在 1976 年提出来的,因此也称 Hofstadter butterfly。尽管 Hofstadter 物理已经得到深入研究,但它在拓扑材料上的效应知之甚少。换句话说,当分形的 Hofstadter 能谱和拓扑材料结合在一起时会有怎样的效应呢?最近,两个理论组分别独立地探讨了这个问题,他们都预言在 Hofstadter 和拓扑的重叠区存在凝聚态物理中的新物相。鉴于最近转角摩尔超晶格的实验进展,这些理论预测非常吸引人。因为这些转角体系是一个研究 Hofstadter 分形能谱和拓扑能带的理想体系,它很有可能从实验上证实这些预言。

Hofstadter butterfly 是早期研究



Hofstadter 能谱蝴蝶(黑色)与相互嵌套的拓扑态

周期性电场和垂直磁场下单电子态的一个典型问题。早在 65 年前,人们发现对均匀磁场下的金属很难构建描述电子布洛赫波函数。后来的研究表明它会引起朗道能级劈裂成一系列子能带,形成半经典的圆形轨道,其回旋半径大于晶格常数。进一步使用紧束缚模型,发现这些子能带取决于通过晶格原胞的磁通量。

1976 年, Douglas Hofstadter 发现随着磁场强度的变化,这些子能带的劈裂可以连续的无限制进行下去,使得每个子能带都包含更高阶的子能带。在电子能量与磁场的关系图上,能谱展现出类似蝴蝶翅膀的分形图样(如图)。这种分形结构来源于晶格常数与回转半径的非公度性。简而言之,当磁场下的电子运动难以与晶格尺度匹配时,能带会打开能隙。正常晶体很难观测到这种现象,因为它的晶格周期很小,约 0.1 nm 数量级,需要的磁场约 1000 T 甚至更高。直至到了 21 世纪初,实验人员通过 AlGaAs-GaAs

超晶格异质结的方式构造了周期约为 100 nm 的人造超晶格,在 0.4—12 T 磁场中观察到了 Hofstadter 分形能谱的初步结构。

最近,来自普林斯顿大学的 Bernevig 课题组和埃默里大学的 Santos 课题组在拓扑物

相等方面取得新的进展。Bernevig 课题组从具有非零陈数的拓扑非平庸材料出发,研究它们对变化磁场的响应。他们运用单电子的紧束缚模型,计算了在不同对称性下 Hofstadter 能谱中的拓扑相。在诸多预言的相之中,研究人员确定了一种三维的高阶拓扑绝缘相(HOTI)。在该相中,由拓扑保护的载流态并非像普通的拓扑绝缘体一样沿着边缘,而是位于边缘交汇处的棱角位置。这些结果有望通过转角摩尔超晶格的实验加以证实。Santos 等采取另外一种路线,从已表现出 Hofstadter 效应的体系(磁场是固定的)出发,研究晶格周期变化时产生的新拓扑相变。一个典型的例子就是石墨烯与氮化硼衬底晶格对齐会形成摩尔超晶格。他们假定这种摩尔晶格具有类似石墨烯的蜂窝结构,然后用有效紧束缚模型来描述这些态,发现几种拓扑相变是来自于拓扑能带和范霍夫奇点的相互作用。

这些有趣的理论进展应当与转角摩尔超晶格中出现的平带结构结合起来考虑。近期,人们在转角双层石墨烯体系中发现了一系列包括关联绝缘态、超导、磁性等新奇物相。尽管在这些新的材料体系中,电子的动力学问题尚未完全了解。比如,在什么情况下紧束缚模型等单电子框架会失效,需要用多体相互作用来取代。但令人兴奋的是,这些实验和理论的进展正在引领凝聚态物理的发展方向。